



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2011

Prof. Jürgen Stilck

Solução da 1ª Prova

Questão 1

a) A partir de qualquer uma das três equações que estão no enunciado, pode se verificar que a unidade das constantes A e B deve ser J/K (a mesma unidade da entropia).

b) Vamos considerar uma trajetória do estado inicial ao estado final que seja composta por um processo isobárico e outro isocórico: $(V_1, p_1) \rightarrow (V_2, p_1)$ e $(V_2, p_1) \rightarrow (V_2, p_2)$. No primeiro processo, temos $W_1 = p_1(V_2 - V_1)$ e:

$$Q_1 = (A + B)(T_i - T_1) = \frac{A + B}{A} p_1(V_2 - V_1),$$

Onde i representa o estado intermediário (V_2, p_1) . Já no segundo processo, obtemos $W_2 = 0$ e:

$$Q_2 = B(T_2 - T_i) = \frac{B}{A} V_2(p_2 - p_1).$$

Somando todas as contribuições, temos:

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 - W_2 = \frac{B}{A}(p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

c) Temos, em geral, que:

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T}.$$

Vamos considerar os mesmos processos do item anterior. Para o processo isobárico, vem:

$$S_i - S_1 = (A + B) \int_{T_1}^{T_i} \frac{dT}{T} = (A + B) \ln \left(\frac{T_i}{T_1} \right).$$

Já para o processo isocórico, obtemos:

$$S_2 - S_i = B \int_{T_i}^{T_2} \frac{dT}{T} = B \ln \left(\frac{T_2}{T_i} \right).$$

Usando a equação de estado, teremos:

$$\frac{T_i}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

e

$$\frac{T_2}{T_i} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Substituindo esses valores nas expressões da variação da entropia, vem:

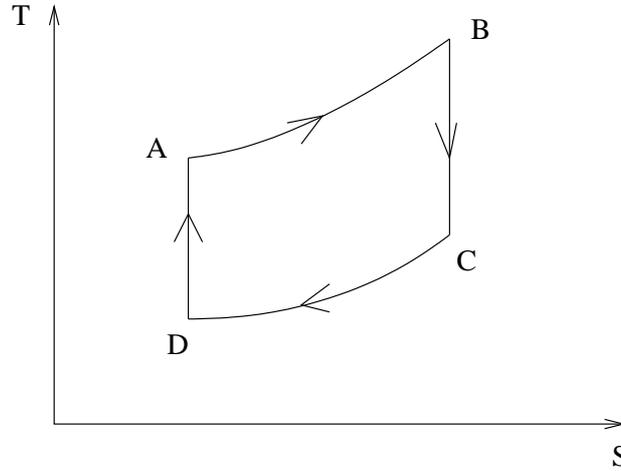
$$\Delta S = S_2 - S_1 = (A + B) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + B \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right).$$

Questão 2

a) AB: isobárica- $p_A V_A = RT_A$, $P_A V = RT$, logo $T = T_A V / V_A$ $S - S_A = Nc\gamma \ln(V/V_A) = NC\gamma \ln(T/T_A)$. Invertendo, teremos: $T = T_A \exp[(S - S_A)/(Nc)]$.

BC: adiabática $pV^\gamma = p_A V_B^\gamma$, logo $TV^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$, ou seja: $T = T_B (V_B/V)^{\gamma-1}$.

Os dois outros processos são semelhantes, e o esboço do ciclo no plano $S \times T$ é:



b) AB: $W = p_A(V_B - V_A)$, $\Delta U = Nc(T_B - T_A) = \frac{cp_A}{R}(V_B - V_A)$, $Q = \Delta U + W = (1 + c/R)p_A(V_B - V_A)$.

BC: $Q = 0$, $W = -\Delta U = -Nc(T_C - T_B) = -\frac{c}{R}(p_C V_C - p_A V_B)$.

CD: $W = -p_C(V_C - V_D)$, $\Delta U = Nc(T_D - T_C) = \frac{cp_C}{R}(V_D - V_C)$, $Q = \Delta U + W = -(1 + c/R)p_C(V_C - V_D)$.

DA: $Q = 0$, $W = -\delta U = -Nc(T_A - T_D) = -\frac{c}{R}(p_A V_A - p_C V_D)$.

c) Rendimento:

$$\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = 1 - \frac{|Q_{CD}|}{Q_{AB}} = 1 - \frac{p_C(V_C - V_D)}{p_A(V_B - V_A)}.$$

Mas $p_A V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma$ e $p_A V_A^\gamma = p_C V_D^\gamma$, o que leva a:

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_C}{p_A}\right)^{1-1/\gamma}.$$

Questão 3

a) Temos:

$$\Delta S_t = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = C_V \left(\int_T^{T_0} \frac{dT}{T} + \int_{2T}^{T_0} \frac{dT}{T} + \int_{4T}^{T_0} \frac{dT}{T} \right) =$$

$$C_V \ln \frac{T_0^3}{8T^3} = 3C_V \ln \frac{T_0}{2T}.$$

O calor recebido por cada subsistema é $Q_1 = C_V(T_0 - T)$, $Q_2 = C_V(T_0 - 2T)$ e $Q_3 = C_V(T_0 - 4T)$. Temos, portanto, que a variação da energia interna do sistema composto é dada por $\Delta U_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_V(3T_0 - 7T)$. Quando o sistema está isolado, devemos ter $\Delta U_t = 0$, portanto $T_0 = 7T/3$.

Substituindo a temperatura final na variação da entropia, obtemos $\Delta S_t = 3C_V \ln(7/6)$, que como esperado é positiva.

b) No processo reversível, temos $\Delta S_t = 0$, portanto, utilizando a expressão acima para a variação da entropia total, concluímos que $T_0 = 2T$. Como esperado, esta temperatura final é inferior à obtida quando o sistema composto não realiza trabalho.

c) O trabalho realizado é $W = -\Delta U_t = C_V(7T - 3T_0)$. Substituindo a temperatura de equilíbrio obtida no item b, concluímos que $W = C_V T$.